Логика в заданиях ЕГЭ

Еремина Г.Д.
ГБОУ СОШ № 5 ОЦ Лидер
Учитель информатики и ИКТ

Логическая функция F задаётся выражением $(\neg z) \wedge x \vee x \wedge y$. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных x, y, z?

ЗАДАНИЕ 2

?	?	?	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая 1-му столбцу; затем – буква, соответствующая 2-му столбцу; затем – буква, соответствующая 3-му столбцу). Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

- общий ход действий можно описать так: подставляем в эту формулу какое-нибудь значение (0 или 1) одной из переменных, и пытаемся определить, в каком столбце записана эта переменная;
- наприм… м сразу получае… ная x не может б… ом столбце… е):

?	?	?	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

а в третьем – может:

?	?	x	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

- подставим $x = 1$, тогда ; логическая сумма равна 0 тогда и только тогда, когда все слагаемые равны 0, это значит, что только в одном случае – при $z = 1$ и $y = 0$;
- ищем такую строчку, где $x = 1$ и $F=0$:

?	?	x	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

- в этой строке таблицы должно быть обязательно $z = 1$ и $y = 0$; поэтому z – в первом столбце, а y – во втором
- **Ответ: *zyx*.**

Задание 18

- Введём *выражение M & K, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите* ***наименьшее*** *натуральное число A, такое что выражение*
- $(X \,\&\, 49 \neq 0) \rightarrow ((X \,\&\, 33 = 0) \rightarrow (X \,\&\, A \neq 0))$
- *тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?*

- введём обозначения:
- $\mathbf{P} = (X \,\&\, 49 \neq 0)$, $\mathbf{Q} = (X \,\&\, 33 = 0)$, $\mathbf{A} = (X \,\&\, A \neq 0)$
- перепишем исходное выражение и преобразуем его, используя свойство импликации :
- $\mathbf{P} \rightarrow (\mathbf{Q} \rightarrow \mathbf{A}) = \neg\mathbf{P} + (\neg\mathbf{Q} + \mathbf{A})$
- чтобы формула была тождественно истинной для любых X необходимо, чтобы при было $\mathbf{A}=1$
- имеем тогда и только тогда, когда ;
- посмотрим, какими свойствами должен обладать X для того, чтобы было $\mathbf{P} = \mathbf{Q} = 1$
- если Q=1, то есть, $(X \,\&\, 33 = 0)$, имеем
-

номер бита 5 4 3 2 1 0

X = 0bcde0

33 = 100001

X & 33 = 000000

это значит, что биты {5, 0} – нулевые

если одновременно , то есть, (X & 49 ^{1} 0), имеем

номер бита 5 4 3 2 1 0

X = 0bcde0

49 = 110001

X & 49 = 0b0000

это значит, что бит 4 в X – обязательно ненулевой

- из 6 и 7 делаем вывод, что для выполнения условия **A** = (X & $A \neq 0$) = 1 необходимо, чтобы, по крайней мере, бит 4 числа A был ненулевым (так как биты {3,2,1} в X могут быть нулевые!)
- поскольку нужно найти наименьшее подходящее A, получаем ответ $2^4 = 16$
- Ответ: 16.

ЗАДАНИЕ 23

Сколько существует различных наборов значений логических переменных x1, x2, …, x5, y1,y2,…, y5, которые удовлетворяют всем перечисленным ниже условиям:

(x1→ x2)∧(x2→ x3)∧(x3→ x4)∧(x4→ x5) =1;
(y1→ y2)∧(y2→ y3)∧(y3→ y4)∧(y4→ y5) =1;
y5→ x5 =1.

В ответе **не нужно** перечислять все различные наборы x1, x2, …, x5, y1,y2,…, y5, при которых выполняется данная система равенств. В качестве ответа необходимо указать **количество** таких наборов.

Последовательное решение уравнений

Первое уравнение – конъюнкция нескольких операций импликации, равна 1, т.е. каждая из импликаций истинна. Импликация ложна только в одном случае, когда $1 \Rightarrow 0$, во всех других случаях ($0 \Rightarrow 0$, $0 \Rightarrow 1$, $1 \Rightarrow 1$) операция возвращает 1. Запишем это в виде таблицы:

x1	1				0	
x2	1			0		1
x3	1		0		1	1
x4	1	0		1	1	1
x5	1	0	1	1	1	1

Т.о. получено 6 наборов решений для x1,x2,x3,x4,x5:
(00000), (00001), (00011), (00111), (01111), (11111).

Рассуждая аналогично, приходим к выводу, что для y1, y2, y3, y4, y5 существует такой же набор решений.

Т.к. уравнения эти независимы, т.е. в них нет общих переменных, то решением этой системы уравнений (без учета третьего уравнения) будет 6*6=**36** пар «иксов» и «игреков».

Рассмотрим третье уравнение:

y5→ x5 =1

Решением являются пары:	0	0
	0	1
	1	1
Не является решением пара:	**1**	**0**

(y1y2y3y4y5)	(x1x2x3x4x5)						Кол-во вариантов (пар)
	(00000)	(00001)	(00011)	(00111)	(01111)	(11111)	
(00000)	+	+	+	+	+	+	6
(00001)	–	+	+	+	+	+	5
(00011)	–	+	+	+	+	+	5
(00111)	–	+	+	+	+	+	5
(01111)	–	+	+	+	+	+	5
(11111)	–	+	+	+	+	+	5
Всего возможных вариантов (пар) наборов значений (x1x2x3x4x5) *и* (y1y2y3y4y5) *:*							31

Там, где y5=1, не подходят x5=0. таких пар 5.

Количество решений системы : 36-5=**31**.

Ответ: 31